



Република Србија

**МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА
ЗАВОД ЗА ВРЕДНОВАЊЕ КВАЛИТЕТА ОБРАЗОВАЊА И ВАСПИТАЊА**

ЗАВРШНИ ИСПИТ У ОСНОВНОМ ОБРАЗОВАЊУ И ВАСПИТАЊУ
школска 2015/2016. година

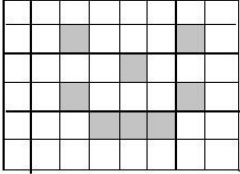
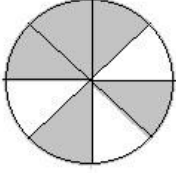
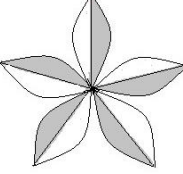
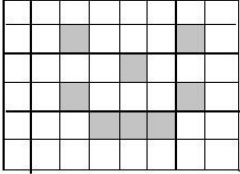
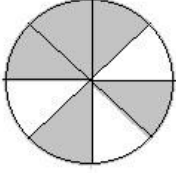
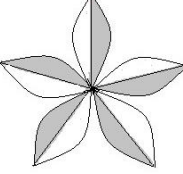
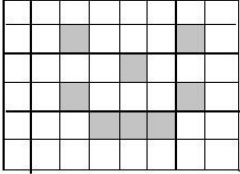
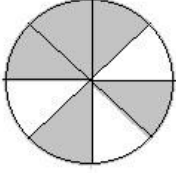
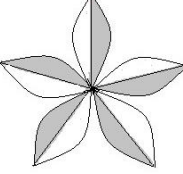
ТЕСТ

МАТЕМАТИКА

УПУТСТВО ЗА ПРЕГЛЕДАЊЕ

ОПШТА УПУТСТВА

1. У задацима у којима ученик ништа није записивао потребно је **црвеном хемијском** прецртати простор за рад и одговор, а затим прецртати и квадрат са десне стране задатка. Исто урадити и у случају када је ученик у задатку писао само графитном оловком или започео израду задатка.
2. Сваки задатак доноси **највише 1 бод**.
3. Ученик може да добије **0,5 бодова** само у задацима у којима је то предвиђено.
4. Све што је ученик писао у тесту **графитном оловком** не узима се у обзир приликом бодовања.
5. Не признају се одговори у којима су неки делови **прецртани** или **исправљани** хемијском оловком.
6. Признају се тачни одговори у којима је и тражени поступак написан **хемијском оловком**.
7. У задацима у којима не пише **Прикажи поступак** прегледачи бодују само одговор.
8. Само у задацима у којима пише **Прикажи поступак** приказани поступак у задатку утиче на бодовање.
9. Уколико је ученик у задатку у коме пише **Прикажи поступак** коректним поступком тачно решио задатак на начин који није предвиђен кључем, добија предвиђени бод (1 бод/ 0,5 бодова).
10. Уколико је ученик у задатку у коме пише **Прикажи поступак** дао тачан одговор, а нема исправан поступак (некоректан поступак или нема поступка), за такав одговор не добија предвиђени бод.
11. Ако је ученик у задатку приказао два различита решења од којих је једно тачно, а друго нетачно, за такав одговор не добија предвиђени бод.
12. У свим задацима у којима пише **Прикажи поступак** ученик не добија предвиђени бод уколико није користио правилан математички запис,
нпр. $100 + 100 = 200 - 50 = 150$ или $x + 30 = 150 = 150 - 30 = 120$.
13. Уколико ученик напише тачан одговор, тј. број у неком другом облику, а у задатку није дата инструкција како тај број написати, ученик добија одговарајући бод,
нпр. $x = 2,5$, а ученик напише $2\frac{13}{26}$ или $c = 19$, а ученик напише $c = \sqrt{361}$.
14. Признају се одговори у којима је ученик тачно одговорио, али је тај одговор јасно означио на другачији начин од предвиђеног, нпр. прецртао је слово, а требало је да га заокружи.
15. Уколико ученик напише тачан/делимично тачан одговор у простору предвиђеном за решавање тог задатка, а ван места за коначан одговор, добија предвиђени бод за тај одговор.
16. Уколико је одговор тачан и садржи део који је неважан, тај део не треба узимати у обзир приликом бодовања.

Број зад.	Решење	Бодовање						
1.	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td data-bbox="245 286 612 465">  </td> <td data-bbox="612 286 842 465">  </td> <td data-bbox="842 286 1067 465">  </td> </tr> <tr> <td data-bbox="245 465 612 678"> $\frac{1}{6}$ или $\frac{8}{48}$ или $\frac{4}{24}$ или $\frac{2}{12}$ </td> <td data-bbox="612 465 842 678"> $\frac{5}{8}$ </td> <td data-bbox="842 465 1067 678"> $\frac{5}{10}$ или $\frac{1}{2}$ </td> </tr> </table> <p>Напомена: Признају се тачни одговори написани и у децималном запису.</p>				$\frac{1}{6}$ или $\frac{8}{48}$ или $\frac{4}{24}$ или $\frac{2}{12}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{10}$ или $\frac{1}{2}$	<p>Три тачна одговора – 1 бод. Два тачна одговора – 0,5 бодова.</p>
								
$\frac{1}{6}$ или $\frac{8}{48}$ или $\frac{4}{24}$ или $\frac{2}{12}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{10}$ или $\frac{1}{2}$						
2.	г) 3	Тачан одговор – 1 бод.						
3.	<p>$x = 0$</p> <p>Примери коректних поступака:</p> <table style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>I начин</p> $3 \cdot (-2x + 4) = 12$ $-6x + 12 = 12$ $-6x = 12 - 12$ $-6x = 0$ $x = 0$ </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>II начин</p> $3 \cdot (-2x + 4) = 12$ $-2x + 4 = 4$ $-2x = 4 - 4$ $-2x = 0$ $x = 0$ </td> </tr> </table>	<p>I начин</p> $3 \cdot (-2x + 4) = 12$ $-6x + 12 = 12$ $-6x = 12 - 12$ $-6x = 0$ $x = 0$	<p>II начин</p> $3 \cdot (-2x + 4) = 12$ $-2x + 4 = 4$ $-2x = 4 - 4$ $-2x = 0$ $x = 0$	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>				
<p>I начин</p> $3 \cdot (-2x + 4) = 12$ $-6x + 12 = 12$ $-6x = 12 - 12$ $-6x = 0$ $x = 0$	<p>II начин</p> $3 \cdot (-2x + 4) = 12$ $-2x + 4 = 4$ $-2x = 4 - 4$ $-2x = 0$ $x = 0$							
4.	а) 6t б) -14x⁴	<p>Два тачна одговора – 1 бод. Један тачан одговор – 0,5 бодова.</p>						
5.	<p>$O = 88 \text{ cm}$ $P = 384 \text{ cm}^2$</p> <p>Примери коректних поступака:</p> <p>I начин $O = 12 + 20 + 12 + 20 + 12 + 12 = 88$ $P = 12 \cdot 12 + 20 \cdot 12 = 144 + 240 = 384$</p> <table style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>II начин</p> $O = 4 \cdot 12 + 2 \cdot 20 = 88$ $P = 12 \cdot (12 + 20) = 384$ </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>III начин</p> $O = 2 \cdot (32 + 12) = 88$ $P = 32 \cdot 12 = 384$ </td> </tr> </table> <p>IV начин $O = 2 \cdot 32 + 2 \cdot 12 = 88$ $P = P_k + P_p = 12 \cdot 12 + 12 \cdot 20 = 144 + 240 = 384$</p>	<p>II начин</p> $O = 4 \cdot 12 + 2 \cdot 20 = 88$ $P = 12 \cdot (12 + 20) = 384$	<p>III начин</p> $O = 2 \cdot (32 + 12) = 88$ $P = 32 \cdot 12 = 384$	<p>Два тачна одговора – 1 бод. Један тачан одговор – 0,5 бодова.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>				
<p>II начин</p> $O = 4 \cdot 12 + 2 \cdot 20 = 88$ $P = 12 \cdot (12 + 20) = 384$	<p>III начин</p> $O = 2 \cdot (32 + 12) = 88$ $P = 32 \cdot 12 = 384$							

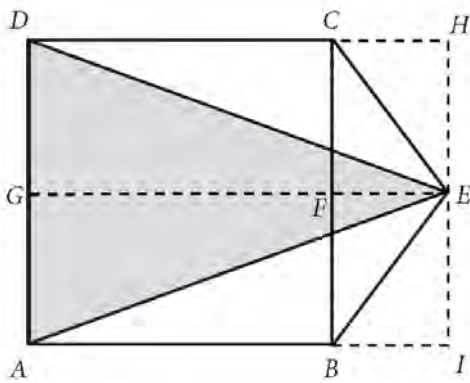
Број зад.	Решење	Бодовање
6.	<p>Запремина квадра је 192 cm^3.</p> <p>Примери коректних поступака:</p> <p>I начин</p> $V = 8 \cdot 6 \cdot 4 = 192$ <p>II начин</p> $V_m = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ $V_k = 24 \cdot V_m = 24 \cdot 8 = 192$	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>
7.	3	Тачан одговор – 1 бод.
8.	Маса једног дела је 120 грама.	Тачан одговор – 1 бод.
9.	<p>$A(2, 2)$</p> <p>$B(9, 2)$</p> <p>$C(13, 8)$</p> <p>$D(6, 8)$</p>	<p>Четири тачна одговора – 1 бод.</p> <p>Три тачна одговора – 0,5 бодова.</p>
10.	<p>$A = -4,6 \quad A - A = -9,2$</p> <p>Примери коректних поступака:</p> <p>I начин</p> $A = -7,6 + 0,6 : 0,2 = -7,6 + 3 = -4,6$ $A - A = -4,6 - -4,6 = -4,6 - 4,6 = -9,2$ <p>II начин</p> $A = -7 \frac{6}{10} + \frac{6}{10} : \frac{2}{10} = -7 \frac{6}{10} + 3 = -4 \frac{6}{10} = -4 \frac{3}{5}$ $A - A = -4 \frac{6}{10} - \left -4 \frac{6}{10} \right = -4 \frac{6}{10} - 4 \frac{6}{10} = -8 \frac{12}{10} = -9 \frac{2}{10} = -9 \frac{1}{5}$ <p>III начин</p> $A = -7 \frac{6}{10} + \frac{6}{10} : \frac{2}{10} = -7 \frac{6}{10} + \frac{6}{10} \cdot \frac{10}{2} = -7 \frac{6}{10} + 3 = -4 \frac{3}{5} = -4,6$ <p>$A = -A$, јер је $A < 0$</p> $A - A = A - (-A) = 2A = -9,2$	<p>Два тачна одговора – 1 бод.</p> <p>Тачно израчунато само A – 0,5 бодова.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>

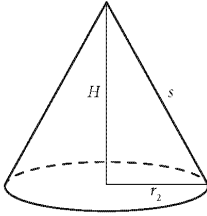
Број зад.	Решење	Бодовање
11.	<p>$(x, y) = (2, 1)$</p> <p>Примери коректних поступака:</p> <p>I начин</p> $x - 2y = 0$ $\underline{3x + 2(x - 4) = 2y}$ $x = 2y$ $3 \cdot 2y + 2(2y - 4) = 2y$ $6y + 4y - 8 = 2y$ $8y = 8$ $y = 1$ $x = 2$ <p>II начин</p> $x - 2y = 0$ $\underline{3x + 2(x - 4) = 2y}$ $2y = x$ $3x + 2x - 8 = x$ $5x - 8 = x$ $4x = 8$ $x = 2$ $y = 1$ <p>III начин</p> $x - 2y = 0$ $\underline{3x + 2(x - 4) = 2y}$ $x - 2y = 0$ $\underline{3x + 2x - 8 = 2y}$ $x - 2y = 0 \quad / \cdot (-5)$ $\underline{5x - 2y = 8}$ $\left. \begin{array}{l} -5x + 10y = 0 \\ 5x - 2y = 8 \end{array} \right\} +$ $\underline{x - 2y = 0}$ $\underline{8y = 8}$ $x - 2y = 0$ $\underline{y = 1}$ $x = 2$ $y = 1$ <p>IV начин</p> $x - 2y = 0$ $\underline{3x + 2(x - 4) = 2y}$ $x - 2y = 0$ $\underline{3x + 2x - 8 = 2y}$ $x - 2y = 0 \quad / \cdot (-1)$ $\underline{5x - 2y = 8}$ $\left. \begin{array}{l} -x + 2y = 0 \\ 5x - 2y = 8 \end{array} \right\} +$ $\underline{x - 2y = 0}$ $\underline{4x = 8}$ $x - 2y = 0$ $\underline{x = 2}$ $y = 1$ $x = 2$ <p>Напомена 1: Уколико је ученик тачно решио задатак, а у коначном одговору пермутовао вредности за x и y признати као тачан одговор.</p> <p>Напомена 2: Уколико је ученик методом пробе дошао до тачног резултата и записао проверу обе једнакости ($2 - 2 \cdot 1 = 0$ и $3 \cdot 2 + 2 \cdot (2 - 4) = 2 \cdot 1$), признати као тачан одговор.</p>	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>

Број зад.	Решење	Бодовање
12.	$x = -\frac{11}{3} \text{ или } x = -3\frac{2}{3}$ <p>Примери коректних поступака:</p> <p>I начин</p> $\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}\right) : 4 = \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) : 3$ $3 \cdot \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right)$ $x - \frac{2}{3} = 2x + 3$ $x - 2x = 3 + \frac{2}{3}$ $-x = \frac{11}{3}$ $x = -\frac{11}{3}$ <p>II начин</p> $\frac{\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}}{4} = \frac{\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}}{3} \quad / \cdot 12$ $\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}\right) \cdot 3 = \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) \cdot 4$ $x - \frac{2}{3} = 2x + 3$ $x - 2x = 3 + \frac{2}{3}$ $-x = \frac{11}{3}$ $x = -\frac{11}{3}$ <p>III начин</p> $\frac{\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}}{4} = \frac{\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}}{3}$ $\frac{3x - 2}{9} = \frac{2x + 3}{4}$ $\frac{3x - 2}{1} = \frac{2x + 3}{1} \quad / \cdot 36$ $\frac{3x - 2}{36} = \frac{2x + 3}{12} \quad / \cdot 36$ $3x - 2 = 6x + 9$ $-3x = 11$ $x = -\frac{11}{3}$ <p>IV начин</p> $\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}\right) : 4 = \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) : 3$ $\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{3}$ $\frac{1}{12}x - \frac{2}{36} = \frac{1}{6}x + \frac{3}{12} \quad / \cdot 36$ $3x - 2 = 6x + 9$ $-3x = 11$ $x = -\frac{11}{3}$	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>
13.	$\alpha = 57^\circ$ $\beta = 57^\circ$ $\gamma = 33^\circ$ <p>Напомена: Признаје се одговор и уколико ученик није написао ознаку за степен.</p>	<p>Три тачна одговора – 1 бод.</p> <p>Два тачна одговора – 0,5 бодова.</p>

Број зад.	Решење	Бодовање
14.	<p>Обим троугла ADC је 90 cm.</p> <p>Пример коректног поступка:</p> $BC^2 = 29^2 - 20^2 \qquad AD^2 = 20^2 + 15^2$ $BC^2 = 841 - 400 (= 9 \cdot 49) \qquad AD^2 = 400 + 225$ $BC = 21 \qquad AD^2 = 625$ $BD = 36 - 21 = 15 \qquad AD = 25$ $O = 29 + 25 + 36 = 90$	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Уколико је ученик тачно израчунао $BD = 15$ cm, а коначан резултат нетачан – 0,5 бодова.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>
15.	<p>Миловану је потребно да уштеди још 10 736 динара.</p> <p>Примери коректних поступака:</p> <p>I начин II начин</p> $100 \text{ долара} = 92 \text{ евра} \qquad 300 - 120 = 180$ $120 + 92 = 212 \qquad 180 - 92 = 88$ $300 - 212 = 88 \qquad 88 \cdot 122 = 10\,736$ $88 \cdot 122 = 10\,736$ <p>III начин</p> $300 \text{ евра} = 36\,600 \text{ динара}$ $100 \text{ долара} = 92 \text{ евра} = 11\,224 \text{ динара}$ $120 \text{ евра} = 14\,640 \text{ динара}$ $36\,600 - (11\,224 + 14\,640) = 36\,600 - 25\,864 = 10\,736$	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>
16.	<p>Оливерино просечно време на ових пет трка је 11,6 или $\frac{58}{5}$ или $11\frac{3}{5}$ минута или 11 минута 36 секунди.</p> <p>Примери коректних поступака:</p> <p>I начин</p> $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 12 \qquad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 48$ $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 10}{5} = \frac{48 + 10}{5} = \frac{58}{5}$ <p>II начин</p> $12 \cdot 4 + 10 = 58$ $58 : 5 = 11,6$ <p>Напомена 1: Уколико је ученик тачно израчунао просечно време, а није написао мерну јединицу у простору предвиђеном за одговор, признати као тачан одговор.</p> <p>Напомена 2: Уколико је ученик добио тачан резултат користећи четири изабране вредности које испуњавају услове задатка признати као тачан одговор.</p> <p>(нпр. $\frac{12 + 12 + 12 + 12 + 10}{5} = \frac{58}{5}$)</p>	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>

Број зад.	Решење	Бодовање
17.	<p>Вредност израза је 1 или 1^{2016}.</p> <p>Пример коректног поступка:</p> $\left(3^2 + \frac{(-3) \cdot 2 - 12 + 16 : 2}{2 \cdot \sqrt{(-2)^2} + 3 \cdot (-1)} + \frac{2 \cdot (7 + 3 \cdot (-1))}{2^2} \right)^{2016} =$ $\left(9 + \frac{-6 - 12 + 8}{2 \cdot 2 - 3} + \frac{2 \cdot (7 - 3)}{4} \right)^{2016} =$ $\left(9 + \frac{-10}{1} + \frac{8}{4} \right)^{2016} = (9 - 10 + 2)^{2016} = 1^{2016} = 1$	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Уколико је ученик решио израз тачно и свео га на 1^{2016}, а затим као коначан резултат написао нетачну вредност (нпр. 2016) – 0,5 бодова.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>
18.	<p>$x \in \{2, 3, 4, 5\}$</p> <p>Пример коректног поступка:</p> $\frac{5x+1}{5} - \frac{2x+3}{3} < 1 \quad / \cdot 15 \quad -x < -1,4$ $15x+3-5(2x+3) < 15 \quad x > 1,4$ $15x+3-10x-15 < 15$ $5x < 15-3+15$ $5x < 27$ $x < \frac{27}{5}$ $x < 5,4$ <p>Напомена: Није неопходно да ученик решења неједначина прикаже на бројевној правој.</p>	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Уколико је ученик тачно решио обе неједначине, а коначан резултат нетачан – 0,5 бодова.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>

Број зад.	Решење	Бодовање
19.	<p>Површина троугла је 396 cm².</p> <p>Примери коректних поступака:</p> <p>I начин $CF = 12$ $FE^2 = 15^2 - 12^2$ $FE^2 = 225 - 144 = 81$ $FE = 9$ $GE = 24 + 9 = 33$ $P = \frac{AD \cdot GE}{2} = \frac{24 \cdot 33}{2} = 396$</p> <p>II начин $EH = EI = 12$ $CH^2 = 15^2 - 12^2$ $CH^2 = 225 - 144 = 81$ $CH = 9$ $DH = 24 + 9 = 33$ $P_{\Delta ADE} = P_{AIHD} - 2P_{\Delta EHD}$ $P_{\Delta ADE} = 33 \cdot 24 - 2 \cdot \frac{33 \cdot 12}{2}$ $P_{\Delta ADE} = 792 - 396 = 396$</p> 	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Уколико је ученик тачно израчунао дужину дужи $FE = 9$ ($CH = 9$), а коначан резултат нетачан – 0,5 бодова.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>

Број зад.	Решење	Бодовање
20.	<p>$V = 18\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$</p> <p>Примери коректних поступака:</p> <p>I начин</p> $O = 18\pi \quad H^2 = s^2 - r_2^2$ $2r_1\pi = 18\pi \quad H^2 = 9^2 - 3^2$ $r_1 = 9 \text{ cm} \quad H = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ $M = \frac{1}{3}P \quad V = \frac{r_2^2\pi H}{3} = \frac{3^2 \cdot \pi \cdot 6\sqrt{2}}{3}$ $M = \frac{1}{3} \cdot 9^2\pi \quad V = 18\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$ $r_2\pi s = 27\pi$ $s = r_1 = 9$ $r_2\pi \cdot 9 = 27\pi$ $r_2 = 3 \text{ cm}$  <p>II начин</p> $O = 18\pi \quad H^2 = s^2 - r_2^2$ $2r_1\pi = 18\pi \quad H^2 = 9^2 - 3^2$ $r_1 = 9 \text{ cm} \quad H = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ $O_B = \frac{1}{3}O$ $O_B = \frac{1}{3} \cdot 18\pi \quad V = \frac{r_2^2\pi H}{3} = \frac{3^2 \cdot \pi \cdot 6\sqrt{2}}{3}$ $2r_2\pi = 6\pi \quad V = 18\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$ $r_2 = 3$ <p>Напомена 1: Уколико је ученик тачно приказао поступак, и записао коначан резултат $18\sqrt{2}\pi$, а у простору предвиђеном за одговор уписао $18\sqrt{2}$, признати као тачан одговор.</p> <p>Напомена 2: Уколико је ученик број π и/или $\sqrt{2}$ заменио приближном вредношћу, признати као тачан одговор.</p>	<p>Тачан одговор – 1 бод.</p> <p>Уколико је ученик тачно израчунао висину купе ($H = 6\sqrt{2}$), а коначан резултат нетачан – 0,5 бодова.</p> <p>Напомена: Задатак мора да има коректан поступак.</p>